

M2R - NSI - Optimisations et compilation

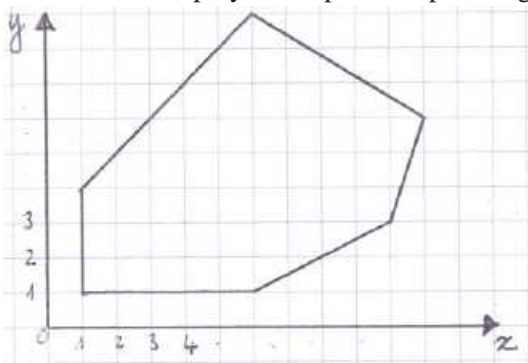
18 février 2013

Barème indicatif: problème 1: 60%, problème 2: 20%, problème 3: 20%. Les 3 problèmes sont indépendants. Les questions n'ont pas forcément une réponse unique. Les analyses critiques seront appréciées. La note finale prendra en compte cet examen (coef 4) et le résumé d'article demandé par M. Bachir (coef 1).

1 Problème 1

Exercice 1. (1 + 0.5 + 1.5 + 0.5 = 4 pts)

On considère le polyèdre représenté par la figure ci-dessous



- Fournir les coordonnées de chacun des sommets du polyèdre.
- Quelle est sa nature ?
- Ecrire l'équation de la droite de chacune des faces et en déduire l'écriture sous forme matricielle du polyèdre ainsi représenté. Il s'agit de fournir la matrice A et le vecteur b tels que

$$P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq b\}.$$

- Combien de points entiers contient ce polyèdre ?

Exercice 2. (1.5 + 0.5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 8 pts)

On considère la boucle bi-dimensionnelle ci-dessous qui produit la matrice G à partir de la matrice S :

```
for(i = 0; i < n; i++)
  for(j = i; j < n - i; j++)
    S(i, j) = S(i, n-j-1) + S(i + j, j);
```

- Écrire l'espace d'itération sous forme polyédrique (i.e. $Ax \leq b$).
Expliciter mathématiquement A et b , et écrire les 3 fonctions d'accès.
- Quelle est la condition sur i pour que l'itération sur j ait un sens ?
- Dessiner le polyèdre de l'espace d'itération pour $n = 10$.
- Calculer le volume de l'espace d'itération en supposant n pair ($n = 2p$).
Le résultat sera fournie en fonction de p .
- Calculer les vecteurs de dépendance de la boucle.
- La boucle est-elle parallélisable en l'état ?
- Définir et expliquer deux types de transformations de boucles au choix.

2 Problème 2

2.1 Exercice 1. 1,5 pt

Il est possible de fabriquer des circuits intégrés en trois dimensions, expliquer pourquoi dans le calcul spatial, cette troisième dimension peut directement conduire à de meilleures performances. On considérera un exemple précis (possiblement simple) de circuit dont la performance est meilleure si il est en 3D.

2.2 Exercice 2. 2,5 pt

Un hypercube de taille 0, a un seul sommet et pas de canaux. Un hypercube de taille $n + 1$ est obtenu à partir de deux copies H_1 et H_2 de l'hypercube de taille n , en ajoutant une arête entre chaque sommet de H_1 avec son homologue dans H_2 . Exemple, l'hypercube de taille 2 est un carré, celui de taille 3 est un cube. L'hypercube est un réseau intéressant car de faible diamètre: on peut aller de n'importe quel sommet à n'importe quel autre en routant par moins de n sommets, alors que 2^n processeurs sont reliés.

Le cadre du calcul spatial considère des architectures en réseaux avec connexions entre voisins, dont le nombre de processeurs n'est pas a priori borné, i.e. il peut être choisi arbitrairement grand. On souhaite que les processeurs voisins puissent communiquer en temps constant, indépendamment du nombre de processeurs. Expliquer pourquoi l'hypercube ne peut être utilisé comme réseau pour une telle machine. Préciser quelle sera au minimum la complexité en temps pour communiquer un message entre deux processeurs non voisins de cette machine.

3 Problème 3

On considère la fonction qui à trois booléens x, y, z , associe la fonction $E(x, y, z) = (E_1(x, y, z), E_2(x, y, z), E_3(x, y, z))$ où

$$\begin{cases} E_1(x, y, z) = xy + yz \\ E_2(x, y, z) = 1 + x + y + z + xy + xz + yz + xyz \\ E_3(x, y, z) = x + y + z + xz \end{cases}$$

La multiplication considérée ici est la multiplication ordinaire - ou AND - et l'addition l'addition modulo 2 - ou XOR.

1. Donner la table de vérité de la fonction E
2. Est-ce que E est une fonction réversible? Si non, comment la rendre réversible et quelle est la taille des déchets nécessaires?
3. Soit le programme P_1 donné par la séquence d'instructions:

$$\begin{cases} x_2 := 1 + x_0 + x_2 + x_0x_2 + x_0x_1x_2; \\ x_1 := 1 + x_1 + x_2; \\ x_2 := x_0 + x_2 + x_0x_1 + x_1x_2 + x_0x_2; \\ x_0 := 1 + x_1 + x_2 + x_0x_2; \\ x_1 := 1 + x_0 + x_1; \\ x_2 := 1 + x_0 + x_2 + x_0x_2; \end{cases}$$

et le programme P_2 donné par le calcul direct:

$$\begin{cases} x_3 := E_1(x_0, x_1, x_2); \\ x_4 := E_2(x_0, x_1, x_2); \\ x_5 := E_3(x_0, x_1, x_2); \\ x_0 := x_3; \\ x_1 := x_4; \\ x_2 := x_5; \end{cases}$$

En admettant que les deux programmes ont les mêmes effets sur les variables x_0, x_1 et x_2 , discuter les intérêts respectifs des deux versions.