

M2R - NSI - Optimisations et compilation

17 février 2014

Version française

La note finale prendra en compte cet examen (coef 4) et le résumé d'article demandé par M. Bachir (coef 1).

Problème 1

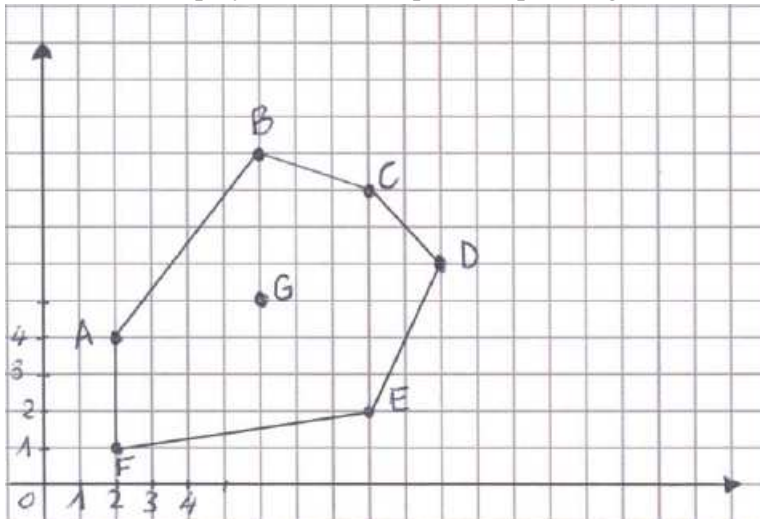
Exercice 1. (2 pts)

La mémoire cache étant (beaucoup) plus petite que la mémoire principale, il arrive très souvent qu'il faille expulser des lignes de cache précédemment stockées pour en loger de nouvelles.

- Expliciter deux politiques d'éviction qu'on peut appliquer (c'est-à-dire le critère de choix des lignes à expulser).
- Pour chacune des politiques proposées, fournir un avantage et un inconvénient.

Exercice 2. (4 pts)

On considère le polyèdre définie représenté par la figure ci-dessous



- Fournir les coordonnées de chacun des sommets du polyèdre.
- Quelle est sa nature ?
- Écrire l'équation de la droite de chacune des faces et en déduire l'écriture sous forme matricielle du polyèdre ainsi représenté. Il s'agit de fournir la matrice A et le vecteur b tels que

$$P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq b\}.$$

- Combien de points entiers contient ce polyèdre ?
- Pouvait-on produire le formalisme de la question c) en remplaçant le point B par le point G ? Pourquoi ?

Exercice 3. (8 pts)

On considère la boucle bi-dimensionnelle ci-dessous qui modifie la matrice S :

```
for(i = 0; i < n; i++)
  for(j = n - i; j < i + 1; j++)
    S(i, j) = S(i, i - j) - S(n - i, i + j - n);
```

- 1) Quelle est la condition sur i pour que l'itération sur j ait un sens (soit non vide)?
- 2) En tenant compte du 1), écrire l'espace d'itération sous forme polyédrique (i.e. $Ax \leq b$).
Expliciter mathématiquement A et b , et écrire les 3 fonctions d'accès.
- 3) Calculer le volume de l'espace d'itération en supposant n pair ($n = 2p$).
Le résultat sera fourni en fonction de p .
- 4) Calculer les vecteurs de dépendance de la boucle.
- 5) Proposer une parallélisation simple de la boucle.
Fournir une description ou une fonction de temps parallèle.
- 6) Définir et expliquer deux types de transformation de boucles au choix.

Problème 2 (6 pts)

Considérons les cinq fonctions flottantes suivantes, à variables A et B flottantes.

$$f_1(A) = |A|$$

$$f_2(A, B) = \max(A, B)$$

$$f_3(A, B) = (\max(A, B), \min(A, B))$$

$$f_4(A, B) = \max(|A|, |B|)$$

$$f_5(A, B) = A * B$$

Pour chacune de ces fonctions f_i ,

- dire si f_i est réversible.
- Si oui, donner la fonction inverse f_i^{-1} .
- Sinon,
 1. donner la taille du déchet nécessaire pour la rendre réversible,
 2. donner une version réversible \bar{f}_i de f_i ainsi que
 3. la fonction inverse \bar{f}_i^{-1} .

Vous pouvez utiliser des formules ou du pseudo code pour expliciter les fonctions. Pour f_5 vous pouvez dans un premier temps séparer les cas où B est égal à zéro ou non.

Final mark is a weighted mean of this exam (weight 4) and article abstract given by M. Bachir (weight 1).

Problem 1

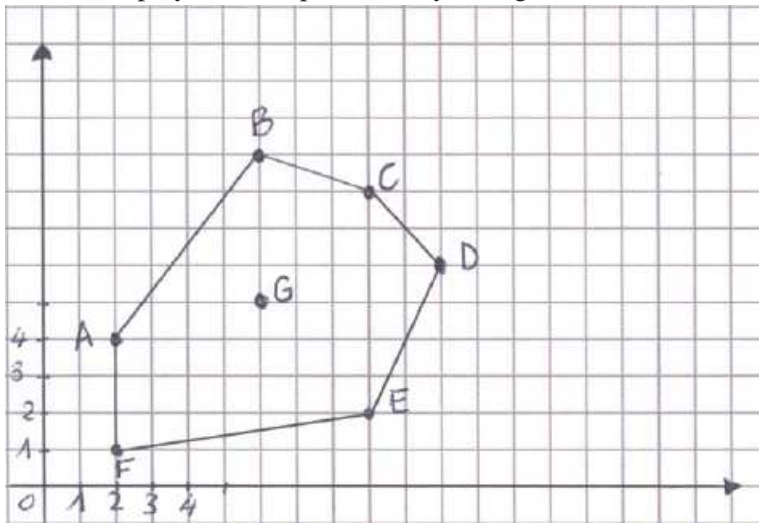
Exercise 1. (2 pts)

Since cache memory is very small compared to main memory, we need to evict some cache lines (from the cache) in order to be able to load new ones (from main memory).

- Suggest two eviction policies that can be considered (i.e. how to select the cache lines to be evicted).
- For each suggested policy, describe one advantage and one drawback.

Exercise 2. (4 pts)

Consider a polyhedron represented by the figure below



- Provide the components of each of the vertices of the polyhedron.
- What is its nature ?
- Write the analytical equation for each of the faces and then derive the expression of the polyhedron in a matrix form. You have to provide the principal matrix A and the vector b such that

$$P = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \leq b\}.$$

- How many integer points are contained in the polyhedron ?
- Could we produce the formalism of question c) with B being replaced by G ? Why ?

Exercise 3. (8 pts)

Consider the two-dimensional loop below, which updates the matrix S :

```
for(i = 0; i < n; i++)
for(j = n - i; j < i + 1; j++)
S(i, j) = S(i, i - j) - S(n - i, i + j - n);
```

- 1) Under which condition on i the iteration on j makes sense (i.e. is nonempty)?
- 2) Keeping in mind the condition of 1), express the iteration space of the loop in a polyhedral matrix form (i.e. $Ax \leq b$). Explicitly provide A et b , et write the 3 access functions.
- 3) Compute the volume of the iteration space, assuming n is even ($n = 2p$). The results should be provided as function of p .
- 4) Provide the dependence vectors of the loop.
- 5) Suggest a quite simple way to parallelize the loop. You can provide a description of your approach or provide a valid parallel timing functiong.
- 6) Define and explain two loop transformation of your choice.

Problem 2 (6 pts)

Consider the following floating point functions of floating point variables A and B .

$$f_1(A) = |A|$$

$$f_2(A, B) = \max(A, B)$$

$$f_3(A, B) = (\max(A, B), \min(A, B))$$

$$f_4(A, B) = \max(|A|, |B|)$$

$$f_5(A, B) = A * B$$

For each function f_i ,

- explain whether f_i is reversible.
- If so, give the reverse function f_i^{-1} .
- If not,
 1. give the size of garbage needed for making it reversible,
 2. give a reversible version \tilde{f}_i of f_i as well as
 3. the reverse function \tilde{f}_i^{-1} .

You can use formulas or pseudo code for describing these functions. For the f_5 function you may first split in two cases: whether B is zero or not.